Si on obtient "Pile" et "Face", on tire simultanément trois boules de U_2.
Si on obtient deux fois "Face", on tire simultanément trois boules U_3.

a - Soit A l'événement "Les trois boules tirées sont blanches ". Calculer la probabilité de A.

b - On répète l'épreuve (E) cinq fois de suite **en remettant les urnes dans leurs états initiales avant chaque répétition** et on désigne par X l'aléa numérique prenant pour valeur le nombre d'épreuves donnant trois boules blanches. Calculer la probabilité de l'événement "X=2" puis calculer l'espérance mathématique de X

PROBLEME (10 points)

I - Soit m un nombre complexe.

1) On pose : $P(m) = -4m^2 - 4m(1 - 4i) + 15 + 8i$.
Montrer que $P(m) = (2im + i + 4)^2$.

2) On considère, dans $\mathbb{C}$, l'équation :
(E) : $z^2 - (2m + 5i)z + 2m^2 + (1 + i)m - 2(5 + i) = 0$ où m est un paramètre appartenant à l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes.

a - Déterminer les deux solutions de l'équation (E).

b - Calculer m pour que m soit lui-même solution de l'équation (E).

II) Dans la suite, on considère le plan complexe P muni d'un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$. Soit M un point du plan d'affixe un nombre complexe m. On désigne :

- par S la similitude directe qui, au point M, associe le point Q d'affixe $Z = (1 + i)m + 2 + 3i$.
- par S' la similitude directe qui, au point M, associe le point Q' d'affixe $Z' = (1 - i)m - 2 + 2i$.

1) Donner les éléments caractéristiques de chacune des deux similitudes directes S et S'.

2) Montrer que S'oS est une homothétie dont on précisera le rapport et le centre J.

3) Montrer que l'application f qui envoie Q sur Q' est une rotation, dont on précisera le centre Ω et l'angle.

4) Soit I le milieu de [QQ']. On pose I=t(M).

a - Montrer que t est une translation dont on précisera le vecteur.

b - Montrer que si Q est distinct de Ω, alors les droites (ΩI) et (QQ') sont perpendiculaires.

5)a - On donne un point M du plan. Déduire, de ce qui précède, une méthode pour construire simplement les points Q et Q' tels que :